

REVUE  
FRANÇAISE  
DE  
PÉDAGOGIE

## Revue française de pédagogie

Recherches en éducation

176 | juillet-septembre 2011  
Varia

---

# Apprentissages en mathématiques en sixième : contextes différents, pratiques différentes et inégalités

*Mathematics learning outcomes in 1st form: Different contexts, different practices and inequalities*

*Aprendizajes en matemáticas en clase de tercer ciclo de primaria, contextos diferentes, prácticas diferentes y desigualdades*

*Mathematik in der 6. Klasse unterrichten: verschiedene Kontexte, verschiedene Praktiken und Ungleichheiten*

**Aurélie Chesnais**

---



### Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/rfp/3162>

DOI : 10.4000/rfp.3162

ISSN : 2105-2913

### Éditeur

ENS Éditions

### Édition imprimée

Date de publication : 15 septembre 2011

Pagination : 57-72

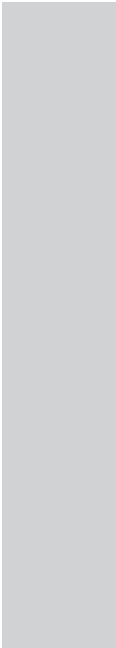
ISBN : 978-2-84788-329-9

ISSN : 0556-7807

### Référence électronique

Aurélie Chesnais, « Apprentissages en mathématiques en sixième : contextes différents, pratiques différentes et inégalités », *Revue française de pédagogie* [En ligne], 176 | juillet-septembre 2011, mis en ligne le 15 septembre 2015, consulté le 01 mai 2019. URL : <http://journals.openedition.org/rfp/3162> ; DOI : 10.4000/rfp.3162

---



# Apprentissages en mathématiques en sixième : contextes différents, pratiques différentes et inégalités

Aurélie Chesnais

---

*Les résultats des élèves du début du secondaire en mathématiques sont en moyenne inférieurs dans les établissements classés en zone d'éducation prioritaire<sup>1</sup> à ceux des élèves des établissements ordinaires. Nous présentons dans cet article une étude de didactique des mathématiques portant sur le lien entre des pratiques d'enseignants de mathématiques et les apprentissages de leurs élèves. Elle inclut une comparaison, sur un chapitre du programme de sixième, entre le travail dans une classe d'un établissement classé en ZEP et dans une classe d'un établissement ordinaire. Une expérimentation proposée à l'enseignant de ZEP a permis de mettre en évidence une marge de progression pour les apprentissages des élèves. Nous nous interrogeons sur les conditions de cette progression, notamment du point de vue des pratiques de l'enseignant considéré.*

---

Mots-clés (TESE) : didactique, mathématiques, enseignant, apprentissage, enseignement secondaire et ZEP.

La question des inégalités scolaires peut être abordée sous de multiples angles. Les sociologues de la « transmission des savoirs » (Deauvieu & Terrail, 2007) les mettent en relation avec les caractéristiques sociales, langagières, culturelles des élèves tout en pointant la nécessité de prendre en considération les savoirs et leurs modes de transmission dans les classes (Bautier & Rayou, 2009). Le point de vue de didacticien des mathématiques adopté dans la présente étude inclut des comparaisons entre des scénarios et des situations d'enseignement-apprentissage dans un collège ZEP et dans un établissement « ordinaire », afin de contribuer à « étudier et interroger les modes d'adaptation et de différenciation des pratiques

enseignantes [...] selon les caractéristiques sociales du recrutement des écoles et des établissements » (Kherroubi & Rochex, 2004, p. 136). Si d'autres travaux de didactique des mathématiques ont déjà abordé ces questions (notamment Perrin-Glorian, 1993 ; Peltier-Barbier *et al.*, 2004), ils restent rares et portent essentiellement sur l'enseignement primaire, tandis que nous nous intéressons au début du secondaire. Plus largement, il s'agit aussi d'approfondir l'étude des liens entre les pratiques des enseignants de mathématiques et les apprentissages des élèves.

Nos observations ont été réalisées en classe de sixième, à l'occasion du travail sur une notion importante du programme : la symétrie axiale. L'analyse des

productions des élèves dans les évaluations notées qu'ont réalisées les enseignants<sup>2</sup> ayant révélé des écarts de réussite importants entre les élèves d'une classe de ZEP et d'une classe d'un établissement ordinaire, nous avons exploré les causes possibles de cette différenciation. Nous l'avons notamment mise en relation avec les pratiques des enseignants, analysées dans le cadre de la théorie de l'activité et celui de la double approche didactique et ergonomique des pratiques (Robert & Rogalski, 2002). Puis, lors de l'année scolaire suivante, au sein d'un dispositif expérimental s'appuyant sur les hypothèses issues de nos cadres théoriques, nous avons provoqué un changement dans les pratiques de l'enseignant de ZEP, dont l'impact sur les productions des élèves s'est révélé positif.

Après avoir exposé le cadrage théorique de l'étude, nous présentons les comparaisons initiales des productions des élèves puis leur évolution, la seconde année, en les considérant tout d'abord indépendamment de l'enseignement reçu. La mise en relation de ces résultats avec les pratiques des enseignants fait l'objet de la suite de l'article et fournit des éléments pouvant expliquer l'amélioration. Faute de place, toutefois, nous ne présentons pas l'étude des pratiques dans le détail, mais uniquement ses conclusions, et renvoyons à d'autres travaux pour davantage de précisions. Nous discutons ensuite la portée de cette étude, en particulier en termes d'amélioration possible des apprentissages des élèves de ZEP en lien avec l'enrichissement des pratiques des enseignants, avant de conclure sur les limites et les questions qu'elle soulève, du point de vue des conditions d'obtention et de généralisation des résultats.

## CADRAGE THÉORIQUE

Ce travail s'inscrit dans le cadre de la théorie de l'activité telle qu'elle a été spécifiée à l'enseignement des mathématiques par Robert et Rogalski (Robert & Rogalski, 2002, 2005 ; Robert, 2008) :

L'objet de cette théorie est une activité finalisée et motivée : le sujet vise l'atteinte de buts d'action et ce sont les mobiles de son activité qui sont le moteur de ses actions. La théorie vise l'analyse des processus en jeu chez le sujet agissant, et les processus par lesquels son activité évolue et par lesquels il se développe. Elle s'appuie sur deux notions clés : celle de sujet et celle de situation. Elle différencie par ailleurs tâche et activité, qui sont respectivement « du côté de la situation » et « du côté du sujet » (Rogalski, 2008, p. 23).

Nous en retenons essentiellement que les pratiques des enseignants influent sur les apprentissages des élèves *via* les activités qu'elles provoquent, notamment par le choix des tâches mathématiques (situations) proposées aux élèves ; les activités étant

[...] tout ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche : non seulement ses actes extériorisés, mais aussi les inférences, les hypothèses qu'il fait, les décisions qu'il prend dans ce qu'il fait et ce qu'il se retient de faire ; l'activité comprend aussi la manière dont le sujet gère son temps, et également son état personnel – en termes de charge de travail, de fatigue, de stress, et aussi de plaisir pris au travail –, ainsi que ses interactions avec autrui dans la situation de travail (*ibid.*, p. 24).

Du point de vue des élèves, nous retenons les facteurs suivants comme particulièrement influents sur les apprentissages : les dynamiques de contextualisation / décontextualisation / recontextualisation des savoirs en jeu, les dialectiques organisées entre sens et technique, la variété des adaptations des connaissances à mobiliser dans les tâches (Robert, 2008), mais également la nature des échanges verbaux (entre enseignant et élèves ou entre élèves), les aides prodiguées par l'enseignant ou encore la pratique de l'écrit. Nous n'ignorons pas que d'autres facteurs peuvent intervenir, tels que la posture des élèves (Bucheton & Soulé, 2009), mais nous n'explorons pas ces paramètres dans nos recherches.

Du point de vue des enseignants, nous nous inscrivons dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique des pratiques, développée par Robert et Rogalski (2002, 2005). Les pratiques de l'enseignant désignent l'ensemble de ses activités avant, pendant et après la classe, en lien avec son enseignement. Elles sont certes le produit de l'objectif – didactique – de faire apprendre les élèves, mais dépendent aussi – aspect ergonomique – du fait que l'enseignant est un professionnel exerçant un métier, avec ce que cela comporte notamment de contraintes en partie indépendantes des enjeux didactiques ; des considérations liées au métier peuvent en effet prendre le pas sur d'autres plus strictement didactiques. L'approche ergonomique amène ainsi à considérer que les pratiques des enseignants sont à la fois complexes – c'est-à-dire non réductibles à une somme de composantes indépendantes entre elles –, et cohérentes – les prises de décision des enseignants obéissent à des logiques d'action sous-jacentes, identifiables, souvent stables (Robert, 2007) et inscrites dans la complexité.

Ces inscriptions théoriques ont des implications méthodologiques. En particulier, nous l'avons déjà signalé, ce sont les activités des élèves, essentiellement celles qu'ils mènent en classe, qui nous servent à caractériser l'enseignement dispensé, dans la mesure où elles contribuent pour une large part aux apprentissages. Le décodage des pratiques des enseignants dans les activités des élèves comporte deux phases. D'une part, nous reconstituons le *scénario*, c'est-à-dire le projet de l'enseignant, incluant les contenus – exercices et cours –, leur organisation et les prévisions de gestion (par exemple, ce qui sera traité en classe et ce qui le sera à la maison) ; d'autre part, nous étudions, grâce à des observations directes, l'application effective de ce scénario dans la classe, que nous appelons *déroulement*.

L'analyse du scénario suppose la « conversion » des énoncés choisis par l'enseignant en tâches mathématiques pour les élèves, puis l'analyse de ces dernières pour déterminer les activités qu'elles sont susceptibles de provoquer chez les élèves (cf. annexe I pour un exemple d'analyse). Pour chaque tâche, nous déterminons ainsi les procédures de résolution possibles, les connaissances en jeu ainsi que les adaptations nécessaires à leur mise en fonctionnement. Nous précisons également les types de raisonnements géométriques que les élèves sont susceptibles de mobiliser face aux tâches (sur les paradigmes géométriques, cf. Houdement & Kuzniak, 2000) et les conceptions erronées qui peuvent éventuellement intervenir dans les procédures de résolution. Enfin, nous énumérons les moyens dont disposent les élèves pour contrôler la validité de leurs procédures. Cette analyse *a priori* des énoncés permet de réaliser une première prévision de l'ensemble des activités qu'ils sont susceptibles de provoquer chez les élèves, donnant ainsi accès à l'itinéraire cognitif élaboré par l'enseignant en vue de « mettre ses élèves sur le chemin de la connaissance ».

L'analyse du déroulement, réalisée ici à partir de vidéos de séances en classe, est guidée par la recherche de ce qui peut influencer sur les activités que les élèves développent. Nous procédons tout d'abord à un découpage chronologique des séances en épisodes selon la nature du travail (cours, exercices, rappels de leçon<sup>3</sup>, correction, autre). Puis, nous considérons notamment les temps et formes de travail (individuel, en petit groupe, collective en classe entière...) en fonction des contenus (exercice ou cours, genre de tâche...), les échanges verbaux, les aides prodiguées par l'enseignant, etc. Nous nous en tenons aux activités *possibles*, inférées à partir de nos hypothèses et des traces des activités effectives. En effet,

les activités effectives elles-mêmes ne sont pas à notre portée, non seulement parce qu'elles sont différentes pour chaque élève et que notre méthodologie de recueil de données ne nous permet pas d'apprécier les activités individuelles, mais aussi parce qu'une partie de ces activités est de toutes façons inobservable, se déroulant dans les têtes.

## UNE EXPÉRIMENTATION EN ZEP ET SES EFFETS SUR LES PRODUCTIONS DES ÉLÈVES

### Le dispositif expérimental

L'étude porte sur deux enseignants expérimentés<sup>4</sup> de mathématiques, l'une (Martine) exerçant en établissement ordinaire et l'autre (Denis<sup>5</sup>), dans un collège ZEP au label « Ambition réussite ». Les deux établissements sont très contrastés, comme en attestent les résultats aux évaluations d'entrée en sixième : les moyennes dans l'établissement de Martine sont supérieures aux moyennes nationales, tous établissements confondus, cependant que celles de l'établissement de Denis sont inférieures aux moyennes nationales des établissements ZEP. Les observations se déroulent sur deux années scolaires consécutives, dans des classes de sixième. La première année, nous avons filmé l'intégralité des séances réalisées par les deux enseignants sur le chapitre de la symétrie axiale et nous avons recueilli leurs documents et des productions d'élèves (cahiers, devoirs, évaluations notées...). La seconde année, nous avons proposé une expérimentation à Denis : appliquer dans sa classe de sixième – similaire à celle de l'année précédente du point de vue du profil des élèves et de leurs résultats aux évaluations à l'entrée en sixième –, pour le chapitre sur la symétrie axiale, le scénario d'enseignement conçu par Martine l'année précédente. L'expérimentation lui a été présentée comme une occasion de tester dans une classe de ZEP un scénario conçu pour des élèves « ordinaires ». Un accompagnement, constitué essentiellement d'un entretien pour lui présenter le scénario, lui a également été proposé : les échanges ont porté sur des explications concernant la construction du scénario afin qu'il se l'approprie et quelques éléments de didactique sur la symétrie axiale (notamment les conceptions erronées classiques qu'il convient d'éradiquer<sup>6</sup>). Un document d'une page résumant ces éléments et servant à éclairer certains choix lui a été remis.

### Les productions des élèves la première année : des écarts de réussite importants entre les élèves de Denis et de Martine

Nous avons analysé les productions des élèves dans les exercices proposés en contrôles (évaluations notées réalisées en classe) comme traces – nécessairement imparfaites – des apprentissages réalisés par ceux-ci durant le chapitre.

Les données sont constituées d'une vingtaine de tâches pour chaque classe, respectivement réparties en trois contrôles dans la classe de Denis (en cours de chapitre, en fin de chapitre et quelques semaines après la fin du chapitre) et deux contrôles dans la classe de Martine (en cours de chapitre et en fin de chapitre). Ces tâches sont classées par genres grâce à une typologie des exercices de manuels en sixième sur la symétrie axiale établie par Lima (2006), complétée par nos propres travaux. Nous distinguons ainsi les *tâches de construction* (le but est de réaliser une figure avec les outils de géométrie), les *tâches de preuve* (un résultat doit être justifié à l'aide d'un raisonnement déductif fondé sur les propriétés d'une figure), les *tâches de reconnaissance* (il s'agit d'identifier sans démonstration une propriété d'une figure, par exemple un axe de symétrie) et les *tâches de dessin* (consistant à réaliser une figure approximativement, par exemple à main levée) ; nous avons ajouté à ces catégories celle des *questions de cours*, où il s'agit de restituer une connaissance décontextualisée – un exemple en est présenté plus loin. Les tâches de dessin ainsi que certaines tâches de reconnaissance et de construction peuvent avoir été abordées en CM2 ; en revanche, l'un des enjeux de la géométrie en sixième est d'initier les élèves à raisonner sur les propriétés géométriques des figures et non plus sur des mesures ou des perceptions visuelles (ce que Houdement et Kuzniak [2000] qualifient de changement de paradigme géométrique). Les tâches de preuve, liées à cet objectif, sont nouvelles en sixième, et le travail sur les tâches de construction change de nature : la qualité de la construction n'est plus liée à la précision et à la dextérité dans le maniement des instruments, mais aux propriétés mathématiques mobilisées pour sa réalisation – cf. *infra*, la construction du symétrique d'un point, pour un exemple.

Chaque production d'élève a donné lieu à un codage sous forme de 0 et de 1 pour chaque tâche. Celle-ci est considérée comme réussie (codée 1) si la production de l'élève porte la trace de la connaissance dont la mobilisation était attendue pour résoudre la tâche, même si la résolution est incomplète ou fautive par

ailleurs. Par exemple, en sixième, la tâche de construction du symétrique d'un point suppose plusieurs étapes, dont la construction d'une droite perpendiculaire à une autre : nous avons alors codé 1 toute production montrant la réalisation des différentes étapes et l'intention de construire une perpendiculaire (notamment par la présence du symbole codant l'angle droit), même si la réalisation trahissait une mauvaise maîtrise de l'équerre ; le tracé obtenu peut donc être considéré comme faux, mais la connaissance attendue de la procédure de construction du symétrique d'un point est effectivement mobilisée – et l'élève travaille donc dans le paradigme attendu.

Nous avons codé 0 lorsqu'il n'y a pas trace de la connaissance attendue, y compris lorsque la tâche n'a pas été traitée.

Ce codage pour chaque élève et pour chaque tâche permet ensuite de calculer des taux de réussite, comme pourcentages de 1 : le taux est calculé sur l'ensemble ou sur des groupes de tâches pour un élève donné, ou bien sur l'ensemble de la classe, pour une tâche donnée ou pour des groupes de tâches. Le taux de réussite pour un groupe de tâches représente ainsi à la fois le nombre moyen d'élèves ayant réussi chaque tâche et le nombre moyen de tâches réussies par élève.

#### *Comparaison des taux de réussite globaux dans les classes de Martine et de Denis*

L'étude des taux de réussite pour chaque classe d'une part et par genre de tâches d'autre part fait ressortir deux différences essentielles.

Le taux de réussite global, pourcentage de 1 pour l'ensemble des tâches et l'ensemble des élèves de la classe, est nettement supérieur dans la classe de Martine (72 %) à celui de la classe de Denis (49 %) ; or, selon les critères retenus pour analyser les tâches (essentiellement les adaptations des connaissances nécessaires à leur résolution), le contrôle de Martine est loin d'être plus facile que celui de Denis. Toutefois, il faut nuancer cette affirmation : nous considérons la difficulté « absolue » des contrôles et non pas relativement à l'enseignement que les élèves ont reçu, cette mise en relation constituant précisément l'enjeu de l'étude fine des pratiques que nous avons menée et dont nous présentons les résultats plus loin.

En outre, dans la classe de Martine, les taux de réussite selon le genre de tâches sont proches pour les tâches de construction (76 %) et les tâches de preuve (60 %), quoique un peu meilleurs pour les premières ; en revanche, dans la classe de Denis, ces taux sont respectivement de 65 % et de 13 %, ce dernier pour-



centage résultant du fait que seize élèves sur vingt et un ne répondent correctement à aucune des tâches de preuve, les cinq autres répondant correctement à environ la moitié d'entre elles. Les tâches de preuve semblent donc poser une difficulté plus importante aux élèves de Denis, à la fois par rapport aux élèves de Martine et par rapport aux tâches de construction.

#### *Comparaison fine de tâches similaires*

Les contrôles proposés par Denis et Martine sont différents, mais ils contiennent des tâches presque identiques dont nous avons comparé les taux de réussite afin de compléter ces premiers constats. Par exemple, la tâche de construction du symétrique d'un point sur papier blanc avec un axe oblique, très emblématique du chapitre, est réussie par 76 % des élèves de Denis dans une configuration simple et par respectivement 80 % et 63 % des élèves de Martine dans deux configurations complexes différentes ; la construction du symétrique d'une figure coupée par l'axe – qui constitue un enjeu important du programme de sixième – est réussie par 50 % des élèves de Denis dans le cas d'un rectangle dans une configuration simple et par 68 % des élèves de Martine dans le cas d'un cercle dans une configuration complexe (cf. annexe II). Les taux de réussite pour le groupe des tâches de construction sont donc relativement proches dans les deux classes, sous la réserve que les tâches proposées par Martine font intervenir plus souvent des configurations complexes.

Comme déjà signalé, on observe en revanche des écarts très importants sur les tâches de preuve. En atteste en particulier la comparaison détaillée des productions pour une telle tâche, présente dans les contrôles des deux enseignants dans des configurations toutefois légèrement différentes : il fallait justifier que deux segments donnés ont même longueur, en s'appuyant sur le fait qu'ils sont symétriques et en mobilisant la propriété de conservation des longueurs par la symétrie axiale. Cette tâche est emblématique du « changement de paradigme géométrique » (cf. *supra*). Or la moitié des élèves de Martine mais deux seulement parmi ceux de Denis se sont placés, pour la résolution de cette tâche, dans ce nouveau paradigme. En outre, parmi ces élèves, huit sur dix ont cité une propriété adaptée à la situation dans la classe de Martine, mais aucun chez Denis.

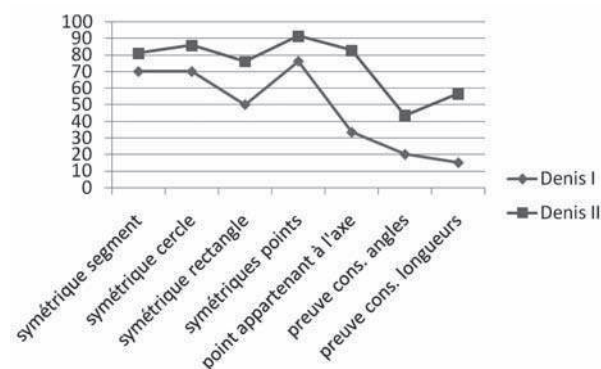
Bref, si les taux de réussite des élèves sont proches pour les tâches de construction, les disparités sont fortes en ce qui concerne les tâches de preuve. Si une partie de ces différences est probablement liée au fait que les élèves de Denis sont en ZEP, il nous semble

néanmoins nécessaire de nous interroger sur la possibilité de réduire les écarts en modifiant l'enseignement dispensé. La seconde partie de l'expérimentation – l'année suivante, dans la classe de Denis – nous permet ainsi de tester l'hypothèse selon laquelle, avec un scénario et des modalités d'enseignement en classe partiellement contrôlées, il est possible d'améliorer les productions des élèves en contrôles. Dans quelle mesure cette différence est-elle liée au fait que les élèves de Denis sont en ZEP, ou bien à l'enseignement reçu et / ou aux tâches proposées en contrôles ?

La seconde partie de l'expérimentation et les résultats de l'étude des pratiques, présentés ci-dessous, contribuent à apporter des réponses.

#### **Les productions des élèves en contrôles la seconde année**

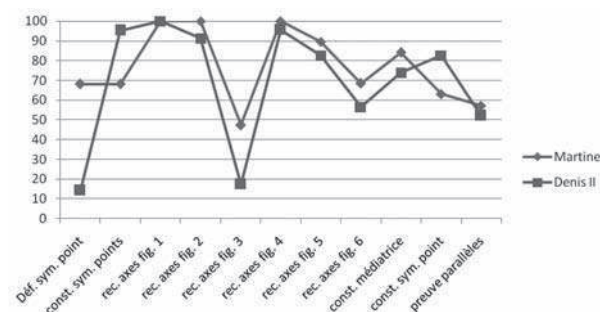
La seconde année d'expérimentation a ainsi consisté en la mise en œuvre par Denis, dans sa classe, du scénario conçu par Martine l'année précédente, selon des modalités discutées dans la partie suivante de l'article. Les productions des élèves en contrôles ont été analysées de la même manière que la première année puis comparées à celles de l'année précédente. Les contrôles de la seconde année dans la classe de Denis – conçus par nous-mêmes – incluent des exercices issus des contrôles proposés par chacun des enseignants la première année et représentatifs des genres de tâches, de façon à faciliter les comparaisons. Les graphiques 1 et 2 comparent les résultats obtenus, d'abord en ce qui concerne les tâches communes avec les contrôles de Denis de l'année précédente puis les tâches communes avec ceux de Martine. En abscisse figurent les tâches brièvement décrites et en ordonnée les taux de réussite correspondants.



Comparaison des résultats en contrôles des élèves de Denis entre la première (Denis I) et la seconde année (Denis II)

Les quatre premières tâches consistent à construire des symétriques de figures sur papier blanc avec un axe oblique. Les trois autres sont des tâches de preuve faisant respectivement intervenir les propriétés suivantes : le symétrique d'un point de l'axe est lui-même ; la symétrie conserve les mesures des angles ; la symétrie conserve les longueurs.

On observe essentiellement que les taux de réussite de la seconde année sont assez nettement supérieurs (avec des écarts de 10 à 50 points<sup>9</sup>) à ceux de la première année, même pour les tâches déjà relativement bien réussies. Les écarts les plus importants concernent les tâches de preuve et, pour les constructions, celle du symétrique du rectangle, qui présentait la difficulté particulière d'une figure coupée par l'axe.



Comparaison des résultats en contrôles des élèves de Martine et des élèves de Denis la seconde année

Les deux courbes font apparaître des écarts relativement importants pour certaines tâches, mais surtout des similitudes entre les taux de réussite selon les tâches. En particulier, pour les six tâches de reconnaissance et de dessin d'axes de symétrie, les taux de réussite ne sont que légèrement inférieurs dans la classe de Denis. En ce qui concerne la seule tâche de preuve, les taux sont également très comparables.

Dans certains cas, les écarts sont plus importants : ainsi, la première tâche (« déf. sym. point<sup>9</sup> »), qui est une question de cours consistant à restituer la définition du symétrique d'un point, est réussie à 70 % dans la classe de Martine mais à 15 % à peine dans celle de Denis. Ces différences pourraient s'expliquer par le fait que les élèves de Denis sont peu habitués à restituer en contrôles des connaissances décontextualisées, mais nous pensons également – même si des recherches plus approfondies seraient nécessaires – que la manipulation de ce type d'énoncés pose des problèmes particuliers aux élèves de ZEP, liés au rapport au langage (Bautier, 1995). Notamment, le travail de Butlen et Pézard (2003) a déjà montré que l'élaboration d'un énoncé décontextualisé nécessite, pour des

élèves en difficulté<sup>10</sup>, un travail spécifique préliminaire avec des étapes intermédiaires. Soulignons que le langage apparemment naturel utilisé (« droite », « point »...) est en réalité un langage formel difficilement mémorisable.

La tâche « rec. axes fig. 3 » a un taux de réussite de 50 % dans la classe de Martine et 20 % dans celle de Denis. Il s'agissait de la tâche la plus difficile parmi les tâches de même type, car elle comportait des axes autres que vertical et horizontal. Dans ce cas, la mise en relation avec ce qui s'est passé durant le chapitre n'a permis de mettre en évidence aucun facteur expliquant cette différence, mais nous formulons l'hypothèse que cela n'est pas propre au chapitre de la symétrie axiale : le cumul de difficultés dans une tâche poserait davantage problème aux élèves de ZEP.

En ce qui concerne les tâches de preuve, la seule tâche identique (à droite sur le graphique) montre un taux de réussite très proche entre les élèves des deux enseignants. Cette tâche était plus complexe que la plupart des tâches de preuve que l'on trouve habituellement dans le chapitre sur la symétrie axiale, mais elle a été traitée par chacun des deux enseignants durant le chapitre. Nous avons également comparé les taux de réussite concernant d'autres tâches de preuve, non identiques, mais similaires : pour deux tâches de preuve élémentaires (faisant intervenir la conservation des longueurs et la conservation des angles), nous obtenons un taux de réussite de 80 % sur les deux tâches pour les élèves de Martine et de respectivement 50 % et 43 % pour les élèves de Denis. Autrement dit, un écart relativement important persiste entre les élèves des deux enseignants pour ce genre de tâches.

En résumé, les disparités observées dans les productions des élèves des deux enseignants la première année sont fortes, surtout s'agissant des tâches de preuve. L'expérimentation a mis en évidence la possibilité d'améliorer les productions des élèves de ZEP : leurs taux de réussite sont très proches, la seconde année, de ceux obtenus dans la classe de Martine, même si un écart persiste en faveur des élèves de Martine, pour la question de cours, une tâche particulièrement complexe et certaines tâches de preuve.

Pour analyser ces constats, sans négliger le fait que Denis exerce en ZEP, nous devons aussi nous interroger sur le lien entre ces résultats et les pratiques des enseignants. En effet, l'application par Denis du projet de Martine dans sa classe est indéniablement un facteur clé dans l'amélioration des résultats des élèves.

Toutefois, une analyse fine de ce qui s'est déroulé en classe montre que ce changement de scénario ne saurait à lui seul expliquer tous les constats.

## ANALYSE ET INTERPRÉTATION DES CONSTATS EN TERMES DE SCÉNARIO ET DE DÉROULEMENT

### Les scénarios et déroulements : mise en relation avec les productions des élèves en contrôles

#### *Comparaison des scénarios*

Nous avons comparé les scénarios conçus par Denis et Martine la première année<sup>11</sup>.

Les deux scénarios sont structurés de façon apparemment identique : une première partie porte sur la symétrie d'une figure et sur les propriétés de conservation de la symétrie, une deuxième concerne les axes de symétrie de figures et une troisième, la médiatrice d'un segment et ses propriétés. Dans le scénario de Martine, cette organisation est explicitement articulée autour de ce que nous avons caractérisé comme les aspects dynamique et statique de la symétrie<sup>12</sup> (Chesnais, 2009, p. 35 à 37) : les deux premières parties portent chacune sur un des aspects et la troisième fait le lien entre les deux. Dans celui de Denis, en revanche, cette logique n'est pas visible. La notion de médiatrice fait par exemple l'objet de la troisième partie dans les deux scénarios, mais autant elle permet de faire le lien entre les deux aspects de la symétrie dans le scénario de Martine – en étant présentée comme l'axe de symétrie du segment –, autant elle ne le permet pas dans le scénario de Denis où elle n'est présentée que comme droite perpendiculaire à un segment et passant par son milieu, sans mention de la symétrie. La cohérence entre cours et exercices est aussi moins apparente dans le scénario de Denis : par exemple, au début du chapitre, alors que seul l'aspect dynamique de la symétrie a été abordé, les élèves ont à faire un exercice portant sur les axes de symétrie de figures, notion qui a certes été vue à l'école primaire, mais qui ne sera abordée par Denis que dans la deuxième partie.

Toutes les tâches proposées dans chacun des deux scénarios – soixante-quinze tâches dans celui de Martine et quatre-vingt-six dans celui de Denis – ont été analysées. Dans les deux cas, les tâches de construction en représentent un peu plus de la moitié ; les tâches de dessin et de reconnaissance, les moins élaborées en termes de mise en fonctionnement de connaissances, ne représentent qu'un cinquième des tâches chez

Martine, mais plus du tiers chez Denis. Enfin, la catégorie des tâches de preuve est la deuxième en importance chez Martine, alors qu'elle ne représente que la quatrième chez Denis. D'un point de vue qualitatif, l'organisation des tâches dans le scénario de Martine est clairement progressive, alors que, dans celui de Denis, des tâches nécessitant des adaptations importantes des connaissances précèdent parfois des tâches plus élémentaires portant sur les mêmes connaissances. En outre, la répartition entre le travail en classe et à la maison est très différente : chez Martine, la majeure partie des exercices difficiles du chapitre est traitée en classe cependant que le travail à la maison se limite à un entraînement sur des tâches similaires ou plus faciles ; à l'inverse, les exercices les plus élémentaires sont traités en classe chez Denis, les plus consistants étant relégués dans des « devoirs maison ».

Enfin, les scénarios des deux enseignants se distinguent nettement par le traitement des conceptions erronées et du changement de paradigme géométrique : celui de Martine permet un travail raisonné et progressif sur ces thèmes, en en faisant un objectif d'apprentissage bien identifiable, tandis que celui de Denis semble négliger ces aspects. Par exemple, le scénario de Martine contient une série d'exercices permettant de prendre en charge explicitement le changement de paradigme (en interdisant notamment l'usage des instruments de mesure) avec des difficultés progressives : les tâches ne font d'abord appel qu'à une connaissance sans adaptation, puis à plusieurs, avec de plus en plus d'adaptations (mélanges de connaissances anciennes et nouvelles, nécessité d'établir des étapes...). Le scénario de Denis contient dès le départ des tâches de preuve complexes (notamment mélangeant diverses connaissances), sans explicitation du paradigme de résolution attendu.

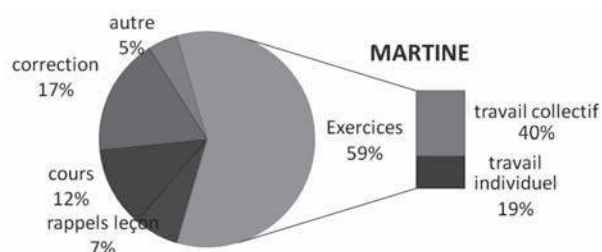
Au-delà de certains points communs apparents, les deux scénarios présentent des différences importantes dans le détail de l'organisation des tâches entre elles ou de l'articulation des tâches avec le cours. Il nous semble même pouvoir affirmer que les objectifs des deux enseignants sont différents : dans le scénario de Martine, les objectifs d'apprentissage sont axés sur une maîtrise conceptuelle avancée de la symétrie axiale et une initiation relativement poussée au raisonnement déductif, tandis qu'ils semblent centrés sur une géométrie instrumentée et perceptive chez Denis, ne visant pas une conceptualisation globale de la symétrie. Une hypothèse que nous faisons est que d'autres objectifs prennent le pas sur les objectifs d'apprentissages liés à la symétrie chez Denis, comme par exemple le fait que les élèves soient actifs durant



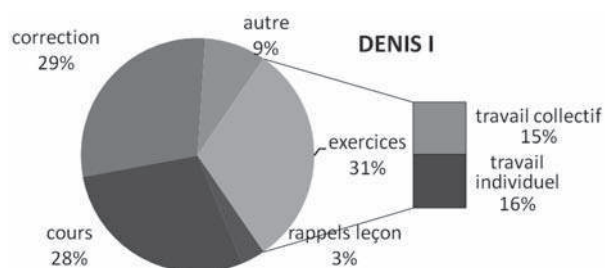
les séances, grâce à des tâches plus techniques (nécessitant notamment le maniement des outils) ou plus « ludiques », telles les tâches de dessin. Ces choix seraient une manière pour Denis d'établir la « paix scolaire », que Charles-Pézar (2010) définit comme la paix sociale associée à un certain enrôlement des élèves dans les tâches proposées par l'enseignant. Notons que le travail de Charles-Pézar, tout comme les travaux de Peltier-Barbier *et al.* (2004) qu'il prolonge, porte sur des classes de l'enseignement primaires en ZEP. Y sont identifiées des contradictions auxquelles semblent soumises les pratiques des enseignants : notamment, une tension entre logique de socialisation et logique d'apprentissage ainsi qu'entre logique de réussite immédiate et logique d'apprentissage sur un temps long. La gestion par Denis de ces contradictions, dominée par la recherche de la paix scolaire, se traduirait ainsi par une minoration des objectifs d'apprentissage concernant la symétrie.

#### *Comparaison des déroulements la première année*

La douzaine de séances observées pour chacun des deux enseignants a donné lieu à des analyses détaillées, mais nous ne présentons ici que la synthèse des résultats concernant la répartition du temps et la nature du travail proposé<sup>13</sup>. La répartition du temps entre les types d'épisodes apparaît très différente, comme le montrent les graphiques ci-dessous :



Répartition du temps entre les types d'épisodes dans la classe de Martine.



Répartition du temps entre les types d'épisodes dans la classe de Denis.

Le travail sur les exercices occupe 60 % du temps dans la classe de Martine, dont un tiers consiste en un travail individuel et deux tiers en un travail collectif de la classe. Le travail sur le cours et sur les corrections d'exercices traités à la maison n'occupe respectivement que 12 % et 17 %. Chez Denis, en revanche, le temps est réparti à peu près équitablement entre cours, corrections et exercices, le travail sur ces derniers étant pour moitié individuel et pour moitié collectif en classe entière.

La nature même du travail effectué lors des phases d'exercices varie beaucoup, provoquant des activités différentes de la part des élèves. En effet, dans la classe de Martine, le travail individuel porte essentiellement sur les tâches du scénario, non modifiées. Denis, quant à lui, prend très souvent en charge une partie de la tâche ou aide à la traiter avant même le début du travail individuel. Quant au travail collectif, il intervient chez Martine après le travail individuel des élèves : après une correction fondée sur les productions des élèves, elle opère une synthèse comportant de nombreux apports, tels que des liens avec d'autres connaissances, l'évocation d'autres cas, la décontextualisation et la généralisation de certains résultats ; durant ces phases de travail collectif, une place importante est laissée aux élèves pour l'élaboration, l'évaluation et la validation des corrections et synthèses. Par exemple, à l'issue d'un exercice où il s'agit, après avoir construit le symétrique d'un point par pliage et tracé le segment joignant le point et son symétrique, d'élaborer la définition mathématique du symétrique d'un point en observant la figure et en généralisant, Martine insiste à plusieurs reprises sur les connaissances en jeu et le statut<sup>14</sup> des propriétés mathématiques évoquées : « Martine. — Donc vous avez construit quoi, là ? [...] Maintenant, observez la figure, essayez de me dire ce que vous remarquez, on pourra rien justifier, rien prouver, mais qu'est-ce que vous observez ? [...] Après ce que vous avez observé, on dira que deux points A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d) dans quel type de situations ? »

Dans la classe de Denis, en revanche, les phases de travail collectif correspondent, dans le cas des tâches faciles, à une correction de la tâche par un élève sans apport de l'enseignant, ou alors, pour des tâches plus difficiles, à un traitement de la tâche essentiellement par l'enseignant, les élèves n'ayant qu'à reproduire ce qu'il fait au tableau.

Les caractéristiques des déroulements semblent ainsi renforcer celles des scénarios : l'importance donnée au travail sur les exercices par Martine, ainsi que l'effort d'articulation entre les exercices et le cours se

retrouvent à la fois dans l'organisation du scénario et dans la nature du travail réalisé en classe. De même, chez Denis, la répartition équitable du temps entre cours, corrections et exercices est renforcée par l'organisation chronologique relativement stable des séances, puisque presque toutes contiennent un épisode de rappel de cours, un épisode de correction d'exercice traité à la maison, un épisode de cours et un épisode d'exercice. Cette alternance régulière correspond – comme l'a précisé Denis lors de l'entretien mené au début de l'expérimentation – à des « principes »<sup>15</sup> selon lesquels les séances de sixième sont organisées, quel que soit le contenu. Ainsi, ce qui est écrit dans le cahier de leçon n'a parfois aucun rapport avec les exercices traités lors de la séance. Cette organisation semble donc davantage liée à des contraintes de gestion de classe qu'aux contenus.

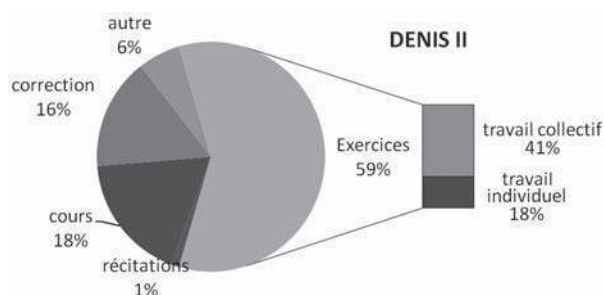
La comparaison des scénarios et déroulements de Martine et Denis nous conduit à penser que les pratiques de Martine sont *a priori* plus propices à générer des activités favorables aux apprentissages : propriétés de cohérence conceptuelle, de progressivité du scénario, objectifs d'apprentissages explicites concernant les conceptions erronées et le changement de paradigme géométrique ; nombreux apports pendant les déroulements, liens, explicitation des décontextualisations, généralisations, validations, justifications, etc., part importante laissée aux élèves dans les échanges. Les résultats des élèves de Martine en contrôles semblent corroborer cette analyse.

Toutefois, la question de l'adéquation des pratiques de Denis à son public reste posée. Dans quelle mesure est-il possible d'appliquer en ZEP des pratiques proches de celles de Martine ? Auraient-elles le même effet sur les élèves ? La deuxième phase des observations permet d'aborder ces questions.

#### *Les déroulements dans la classe de Denis la seconde année*

Nous avons analysé les déroulements en les comparant d'une part à ceux de Martine la première année – il s'agit alors des déroulements mis en place par deux enseignants différents à partir d'un même scénario –, d'autre part à ceux de Denis la première année : nous comparons alors, pour un même enseignant, les déroulements correspondant à deux scénarios différents.

La répartition du temps entre les différents types d'épisodes est très similaire à celle observée dans la classe de Martine, comme le montre le graphique ci-dessous.



Répartition du temps entre les types d'épisodes dans la classe de Denis la deuxième année.

Les proportions obtenues pour les épisodes de cours, correction et exercices sont en effet identiques à un point près. La répartition entre travail individuel et collectif sur les exercices s'est également modifiée en proportion environ d'un tiers / deux tiers, comme dans la classe de Martine. Bien entendu, le fait d'appliquer le même scénario peut expliquer en partie ces similitudes, par exemple parce que le temps consacré aux corrections dépend de la quantité de travail donné à la maison, ce qui était fixé dans le scénario ; toutefois, Denis était, dans une large mesure, libre de la gestion du temps au cours des séances et, si le temps passé sur les exercices est nettement plus important que la première année, en proportion, les élèves ont moins travaillé de manière individuelle. Une explication possible est que, comme nous l'avons précisé à propos des déroulements de la première année, lors de la réalisation de tâches difficiles – supposant des adaptations des connaissances –, Denis laisse peu les élèves travailler individuellement, prenant rapidement le travail en charge ; or, les tâches proposées en classe dans le scénario de Martine sont en moyenne plus complexes que celles proposées habituellement par Denis.

L'analyse de la nature du travail durant les épisodes d'exercices met quant à elle en évidence une simplification des tâches – voire une prise en charge – très proche de la manière de faire de Denis la première année. Cela concerne particulièrement les tâches de preuve, l'exercice dans lequel il s'agit d'élaborer la définition du symétrique d'un point et les tâches difficiles en général. Notons que cela correspond aux tâches pour lesquelles l'écart entre les taux de réussite reste important entre les élèves de Martine et ceux de Denis la seconde année. Cependant, on observe aussi des évolutions très importantes entre la première et la seconde année, notamment pour les phases de travail collectif sur les exercices : outre leur durée plus longue, on note de nombreux apports par l'enseignant (liens, explicitation des décontextualisations, des « règles du jeu mathématique »...), un peu à la manière

de Martine. Par exemple, lors de la réalisation de la première tâche de preuve à propos de la symétrie orthogonale en classe, non seulement Denis identifie explicitement la tâche en jeu, mais il fait aussi le lien avec des tâches de preuve traitées plus tôt dans l'année, dans le chapitre sur les droites parallèles et perpendiculaires : « Denis. — Comment on fait une démonstration, une preuve ? Comment on a fait pour les droites perpendiculaires et parallèles ? » Or, aucune intervention de ce type n'avait été repérée la première année.

Enfin, Denis laisse, la seconde année, une place plus importante au travail des élèves lors de ces phases collectives pour l'élaboration, la justification et la validation des réponses. Cela pourrait s'expliquer par le fait que le scénario de Martine fournit aux élèves les éléments conceptuels – par exemple, le lien entre les aspects dynamique et statique de la symétrie – nécessaires à l'élaboration et à la justification des réponses, ce qui est moins le cas du scénario de Denis.

#### *Mise en rapport de ces analyses avec les résultats en contrôles*

Les analyses précédentes nous invitent à conclure à une influence probablement très importante du scénario sur les productions des élèves en contrôles : en effet, les productions des élèves de Denis, la seconde année, sont beaucoup plus proches de celles des élèves de Martine que de ceux de Denis la première année. Les taux de réussite sur les tâches de construction complexes et les tâches de preuve sont en particulier nettement meilleurs, or c'est précisément sur ces enjeux que les différences entre les deux scénarios sont les plus évidentes.

Toutefois, le changement de scénario ne modifie pas tout et n'explique pas tout. Certains résultats des élèves de Denis la seconde année restent nettement inférieurs à ceux des élèves de Martine, notamment pour la définition du symétrique d'un point, les tâches de preuve et les tâches « difficiles », telles que la troisième tâche portant sur les axes de symétrie. *A contrario*, pour les tâches de construction de symétriques de points, les élèves de Denis obtiennent un meilleur taux de réussite que ceux de Martine.

Le fait que l'expérimentation n'ait porté que sur un chapitre, qui plus est en fin d'année, pourrait expliquer que les tâches de preuve soient moins réussies : le travail sur l'initiation du changement de paradigme géométrique représente en effet un enjeu de toute l'année de sixième.

Enfin, les résultats peuvent aussi être mis en relation avec les caractéristiques des déroulements. Par exemple, comme nous l'avons mentionné plus haut (et détaillé dans Chesnais *et al.*, 2010), le déroulement de l'exercice portant sur l'élaboration de la définition du symétrique d'un point et, plus précisément, le travail de généralisation et de décontextualisation, qui permet l'institutionnalisation de cette définition, font partie des épisodes pour lesquels nous avons observé le moins d'évolution : ces éléments sont entièrement restés à la charge de l'enseignant.

## CONCLUSION, LIMITES ET PERSPECTIVES

Les analyses menées et la complexité même de ce qui est observé n'autorisent pas à établir des liens de causalité nets. Toutefois, certaines caractéristiques des pratiques sembleraient faciliter certains apprentissages, quels que soient les élèves. En outre, il semble possible de réduire, au moins ponctuellement et à certaines conditions, les écarts entre les résultats des élèves de ZEP et les autres.

Nous avons ainsi pu observer une évolution positive des résultats des élèves en ZEP, suite à un changement de scénario ainsi qu'à la transformation correspondante des déroulements, moindre mais déterminante. Cette évolution des déroulements est pour une part directement liée au scénario, mais il est aussi vraisemblable que l'accompagnement par le chercheur ait eu sa part dans les changements ; en effet, le travail mené depuis plusieurs décennies sur les ingénieries didactiques a montré que la transmission d'un scénario ne suffit pas, en général, à obtenir des résultats reproductibles en termes de productions d'élèves. Par exemple, il est probable que l'apport d'éléments de didactique concernant la notion de symétrie orthogonale (essentiellement, la mise en évidence des aspects statique et dynamique de la symétrie, ainsi que les conceptions erronées d'élèves) ait permis à Denis de mieux interpréter les procédures et les erreurs des élèves.

Toutefois, nous ne supposons pas *a priori* qu'il soit souhaitable de voir évoluer davantage la gestion de Denis. En particulier, la question reste de savoir si des déroulements plus proches de ceux observés dans la classe de Martine auraient donné des résultats encore meilleurs ou si les caractéristiques des déroulements de Denis sont une adaptation nécessaire à ses élèves, laquelle a permis cette évolution des résultats – grâce au changement de scénario.

Enfin, la question de l'existence d'un effet de seuil limitant la marge de progression des résultats que l'on peut obtenir avec des élèves de ZEP demeure posée. Nous partageons avec beaucoup d'auteurs le questionnement sur la nécessité de travailler en amont du collège, d'autant que les recherches sur le rapport au savoir et au langage de ces élèves (Charlot, Bautier & Rochex, 1992 ; Bautier, 1995) semblent indiquer qu'un travail spécifique doit être mené. La nature même des tâches de preuve, par exemple, cumulant des difficultés liées aux connaissances mathématiques en jeu, au paradigme géométrique et à l'utilisation spécifique du langage, pourrait expliquer que l'évolution des résultats observée chez les élèves de Denis la seconde année soit moindre que pour d'autres tâches.

Il convient également de souligner quelques limites de notre travail : le faible nombre d'enseignants et de classes considérés ainsi que le fait que l'étude ne porte que sur une notion avec un scénario bien particulier limite évidemment la portée des résultats. De plus, le fait de n'avoir travaillé que sur un chapitre, en fin d'année, limite nécessairement la portée du travail mené avec les élèves, comme nous l'avons mentionné à propos des tâches de preuve.

Enfin, on peut être tenté d'interpréter les résultats de ce travail en incriminant l'enseignant de ZEP. Mais notre cadre théorique de la double approche (cf. *supra*) nous invite à considérer les pratiques de Denis comme résultant de contraintes et de l'investissement de certaines marges de manœuvres, contraintes et investissement liés à des facteurs sur lesquels les enseignants n'ont pas prise. Par exemple, des entretiens menés avec Denis ont mis en évidence le temps et l'énergie

consacrés à obtenir la « paix scolaire » dans ses classes, et qui rendent manifestement impossible un investissement dans la conception des scénarios à la hauteur du travail de Martine. En outre, il resterait à déterminer si Denis dispose même des ressources pour concevoir un tel scénario. Sa réaction lors de l'entretien préalable est à ce titre intéressante : « [Le scénario de Martine] me semble beaucoup plus structuré, il me semble beaucoup plus réfléchi, c'est des choses qui me viennent pas forcément à l'esprit. » Cela pose ainsi la question de l'influence de la formation des enseignants sur leurs pratiques : ce qui est travaillé en termes de contenus et enjeux disciplinaires, mais aussi ce que les enseignants en retiennent.

Pour conclure cet article, envisageons quelques perspectives. L'extension de l'expérimentation à d'autres enseignants et d'autres classes nous semble indispensable pour étayer nos résultats. La question des leçons à tirer de ce travail à propos de la formation des enseignants est aussi à envisager, qu'il s'agisse de penser des contenus de formation ou la nécessité d'analyses spécifiques pour les classes de ZEP. Enfin, une perspective selon nous incontournable est de chercher à approcher au plus près les activités effectives des élèves, de façon à mesurer plus précisément l'impact des pratiques enseignantes sur ces activités et à analyser ainsi les déterminants collectifs et individuels des inégalités scolaires.

Aurélien Chesnais

Laboratoire de didactique André-Revuz (université Paris 7), ATER à l'IUFM de Montpellier  
aurelie.chesnais@montpellier.iufm.fr

## NOTES

- 1 Les zones d'éducation prioritaires (ZEP) regroupent des établissements scolaires accueillant des élèves de milieux socioprofessionnels défavorisés.
- 2 Les évaluations étant différentes, nous expliquons plus loin les critères que nous avons retenus pour les comparaisons.
- 3 Ces rappels de leçon peuvent prendre des formes variables : il peut s'agir par exemple de faire réciter, par un élève, une définition ou une propriété du cours, ou bien d'évoquer collectivement, par un jeu de questions-réponses, le contenu de la leçon travaillée à la séance précédente.
- 4 Nous entendons par « expérimentés » le fait que ces enseignants ont plus de cinq années d'expérience d'enseignement. Ils ne sont toutefois pas « experts », dans le sens où ils ne sont liés ni à la formation, ni à la recherche.
- 5 Martine est certifiée avec plus de vingt années d'expérience, Denis est agrégé et enseignant depuis sept ans.
- 6 Les conceptions erronées classiques de la symétrie axiale ont fait l'objet de nombreuses recherches (notamment Grenier,

1988). Il s'agit par exemple de la confusion avec la symétrie centrale, la conception de transformation d'un demi-plan dans un autre (liée à l'idée du miroir) qui induit en particulier que, lorsqu'une figure est coupée par l'axe de la symétrie, seule la partie située d'un côté de l'axe est considérée lors de la construction de sa figure symétrique.

- 7 Ce codage binaire peut sembler sommaire, mais il est suffisant pour repérer l'entrée des élèves dans le mode de raisonnement géométrique (paradigme) dont l'initiation est un objectif important en sixième.
- 8 Le nombre de points est la différence entre deux pourcentages : par exemple, lorsqu'un taux passe de 20 % à 30 %, on parle d'une augmentation de 10 points (qui correspond ici à une augmentation du taux de 50 %).
- 9 La consigne est la suivante : « A et B étant deux points distincts n'appartenant pas à la droite (d), compléter la phrase suivante : Dire que le point B est la symétrique du point A par rapport à la droite (d) signifie que... » Il s'agit pour les élèves de restituer une



partie de la définition du symétrique d'un point telle qu'écrite dans la leçon.

- 10 Le travail de Butlen et Pézard (2003) ne porte pas exclusivement sur des élèves de ZEP, mais sur des élèves identifiés comme étant en difficulté en mathématiques, ce qui est le cas de nombreux élèves de la classe que nous considérons – et de nombreux élèves de ZEP –, si l'on se fie aux résultats des évaluations à l'entrée en sixième.
- 11 Les corpus sur lesquels porte l'analyse (exercices et textes des leçons) ne sont pas reproduits ici, faute de place et d'intérêt pour le propos de l'article, mais sont intégralement présentés et analysés dans Chesnais (2009, p. 115-137 et 191-246).
- 12 La symétrie orthogonale est une transformation du plan : nous parlons alors d'aspect dynamique à propos de la transformation d'une figure ou des propriétés de conservation (des mesures, du parallélisme...) ; l'aspect statique fait référence à l'existence d'un axe de symétrie dans une figure, existence qui peut être considérée comme une propriété intrinsèque de la figure, même si elle est définie mathématiquement comme l'invariance dans la

transformation. Une conceptualisation globale de la symétrie suppose selon nous un travail sur les deux aspects ainsi que sur le lien entre les deux.

- 13 Pour davantage de détail, voir Chesnais (2009, p. 142-189).
- 14 Nous entendons par « statut » le fait qu'une affirmation résulte d'une observation, d'une construction ou d'une démonstration. Ces distinctions sont essentielles si l'on se place dans l'optique d'un changement de paradigme géométrique (cf. *supra*).
- 15 Denis emploie l'expression « en principe » quand il décrit l'organisation d'une séance de sa classe de sixième.
- 16 La définition du symétrique d'un point institutionnalisée dans la leçon est la suivante :  
« Deux points A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d) signifie que :  
- Si A appartient à la droite (d), A et A' sont confondus sur (d) ;  
- Si A n'appartient pas à la droite (d), la droite (d) est la perpendiculaire à la droite (AA') et (d) passe par le milieu du segment [AA']. »

## BIBLIOGRAPHIE

- BAUTIER E. (1995). *Pratiques langagières, pratiques sociales, de la sociolinguistique à la sociologie du langage*. Paris : L'Harmattan.
- BAUTIER E. & RAYOU P. (2009). *Les inégalités d'apprentissage, Programmes, pratiques et malentendus scolaires*. Paris : Presses universitaires de France.
- BUCHETON D. & SOULÉ Y. (2009). « Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : Un multi-agenda de préoccupations enchâssées ». *Éducation et didactique*, vol. III, n° 3, p. 29-48.
- BUTLEN D. & PÉZARD M. (2003). « Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques ». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 23, n° 1, p. 41-78.
- CHARLES-PÉZARD M. (2010). « Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique ». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 30, n° 2, p. 197-261.
- CHARLOT B., BAUTIER E. & ROCHEX J.-Y. (1992). *École et savoirs dans les banlieues... et ailleurs*. Paris : Armand Colin.
- CHESNAIS A. (2009). *L'enseignement de la symétrie axiale en sixième dans des contextes différents : Les pratiques de deux enseignants et les activités des élèves*. Thèse de doctorat, Paris 7.
- CHESNAIS A., DUMAIL A., HOROKS J., PARIES M. & ROBERT A. (2010). *De la circulation des savoirs mathématiques dans la classe aux activités des élèves et à leurs productions en contrôle : Questionner les relations, questionner les différences*. Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2009. Paris : IREM, Paris 7, p. 267-302.
- DEAUVIEAU J. & TERRAIL J.-P. (2007). *Les sociologues, l'école et la transmission des savoirs*. Paris : Éd. La Dispute.
- GRENIER D. (1988). *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*. Thèse de doctorat, université Joseph-Fourier, Grenoble 1.
- HOUEMENT C. & KUZNIAK A. (2000). « Formation des maîtres et paradigmes géométriques ». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 20, n° 1, p. 89-116.
- KHERROUBI M. & ROCHEX J.-Y. (2004). « La recherche en éducation et les ZEP en France. 2. Apprentissages et exercice professionnel en ZEP : résultats, analyses, interprétations ». *Revue française de pédagogie*, n° 146, p. 115-190.
- LIMA I. (2006). *De la modélisation de connaissances d'élèves aux décisions didactiques des professeurs : Étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale*. Thèse de doctorat, université Joseph-Fourier, Grenoble 1.
- PELTIER-BARBIER M.-L. (éd.), BUTLEN D., MASSELOT P., NGONO B., PÉZARD M., ROBERT A. & VERGNÈS D. (2004). *Dur pour les élèves, dur pour les enseignants, dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : Éd. La Pensée sauvage.
- PERRIN-GLORIAN M.-J. (1993). « Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles » ». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 13, n° 1.2, p. 5-118.
- ROBERT A. (2007). « Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré) : Une hypothèse, des inférences en formation ». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 27, n° 3, p. 271-311.
- ROBERT A. (2008). « Sur les apprentissages des élèves : Une problématique inscrite dans les théories de l'activité et du développement ». In F. Vandebrouck (éd.), *La classe de mathématiques : Activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Éd. Octarès, p. 33-44.
- ROBERT A. & ROGALSKI J. (2002). « Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : Une double approche ». *La revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, vol. 2, n° 4, p. 505-528.
- ROBERT A. & ROGALSKI J. (2005). « A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French



10th-grade class ». *Educational studies in mathematics*, vol. 59, n° 1, p. 269-298.

RODITI E. (2005). *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*. Paris : L'Harmattan.

ROGALSKI J. (2003). « Y a-t-il un pilote dans l'avion ? ». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 23, n° 3, p. 343-388.

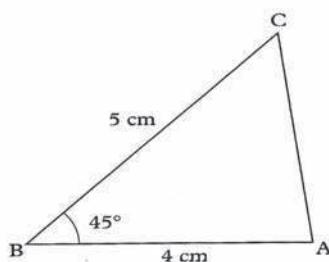
ROGALSKI J. (2008). « Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique ». In F. Vandebrouck (éd.), *La classe de mathématiques : Activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Éd. Octarès, p. 23-30.

VANDEBROUCK F. (éd.) (2008). *La classe de mathématiques : Activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Éd. Octarès.

## ANNEXE I ANALYSE A PRIORI D'UN EXERCICE

### Construire le symétrique d'une figure

20



- Reproduis la figure ci-dessus sur une feuille blanche.
- Construis le point E symétrique du point B par rapport à la droite (AC).
- Donne, sans la mesurer, la longueur du segment [AE]. Justifie ta réponse à l'aide d'une propriété du cours.
- Donne la mesure de l'angle  $\widehat{AEC}$ . Justifie ta réponse à l'aide d'une propriété du cours.

Tiré de Audren H., Cecconi S., Di Scala P., Le Goff E., Lefèvre M., Letessier A.-G., Riou E., *Maths 6e*, Bréal (2005), p. 199.

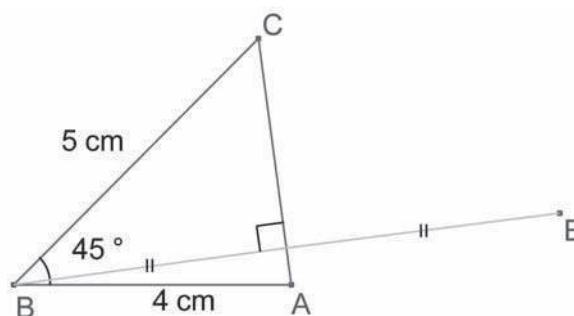
#### Analyse a priori, compte tenu de la place de l'exercice dans le scénario

Cet énoncé d'exercice contient quatre tâches mathématiques, correspondant aux quatre questions. Les deux premières sont des tâches de *construction* (une construction géométrique est à réaliser à l'aide des instruments de géométrie – règle, équerre, compas).

Les deux dernières sont des tâches de *preuve* (il s'agit d'identifier et justifier une propriété de la figure).

Nous détaillons ci-dessous l'analyse des tâches correspondant aux questions b et c.

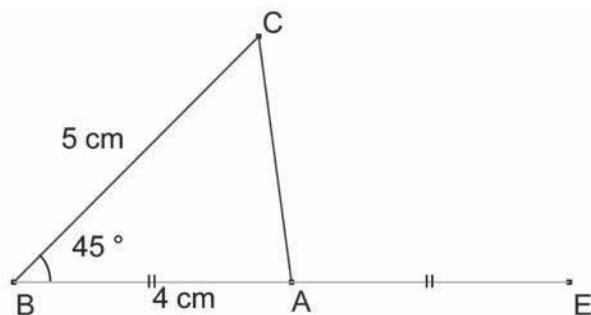
#### Tâche correspondant à la question b (cf. figure attendue ci-dessous)



Il s'agit de construire le symétrique d'un point (le point B) par rapport à une droite oblique (la droite (AC)), dans une configuration complexe parce qu'elle ne se limite pas au point et à la droite, et qu'elle est en outre susceptible d'induire la mobilisation de conceptions erronées (cf. l'analyse de la tâche ci-dessous).

Les procédures de résolution possibles sont :

- Réalisation au jugé, approximativement, en plaçant seulement le point ou en traçant à la règle un segment joignant le point initial et son symétrique.
- Construction du symétrique dans le prolongement de [BA] : la construction est telle que A est le milieu du segment joignant le point B et son symétrique (cf. figure ci-contre).
- Construction à l'équerre de la perpendiculaire à la droite (AC) passant par le point B, puis report de la distance du point B à la droite (AC) sur cette perpendiculaire, de l'autre côté de la droite (AC).



4. Construction au compas du symétrique du point B en utilisant deux points de l'axe (AC) (par exemple A et C) comme pivots.

Seules les procédures 3 et 4 sont acceptables au niveau sixième. La procédure 3 est celle qu'attend l'enseignant puisqu'elle a été institutionnalisée en classe lors d'une séance précédente. La procédure 3 mobilise donc la connaissance des étapes de la construction et / ou celle de la définition du symétrique d'un point<sup>16</sup>. Elle fait également intervenir la construction de la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné et le report de longueur au compas.

Ces procédures nécessitent des adaptations des connaissances (Robert, 2008) :

- L'axe de la symétrie (la droite (AC)) n'est pas tracée, seul le segment [AC] est tracé : l'identification de l'axe de la symétrie n'est donc pas immédiat.
- L'axe de la symétrie est presque vertical : cela induit la mobilisation de la conception erronée liée aux axes verticaux qui suppose que le point et son symétrique sont sur la même droite horizontale. L'élève qui mobilise cette conception erronée construit le symétrique de B dans le prolongement de [BA], de telle manière que A est le milieu du segment formé par B et son symétrique (cf. figure ci-dessus).
- Un segment joignant le point B et un point de la droite (AC) est tracé : cela induit la mobilisation de la conception erronée d'alignement qui suppose que le symétrique d'un point est construit dans l'alignement d'un segment joignant le point initial et un point de l'axe (la figure obtenue est la même que dans le cas précédent).
- Les moyens de contrôles : contrôle perceptif possible par la vue ; contrôle par l'utilisation et le pliage d'un calque.

### Tâche correspondant à la question c

La tâche consiste à identifier et justifier la longueur du segment [AE].

Procédures de résolution possibles :

1. Évaluation perceptive ou instrumentée (au compas ou au calque) de l'égalité des longueurs des segments [BA] et [AE]. Justification par l'égalité des longueurs.

2. Identification de la symétrie des segments [BA] et [AE] ; conclusion grâce à la propriété de conservation des longueurs par la symétrie orthogonale. Justification de la symétrie des segments [BA] et [AE] par le fait que E est le symétrique de B par rapport à (AC) et que A est son propre symétrique puisqu'il appartient à l'axe, puis justification de l'égalité des longueurs par la propriété de conservation des longueurs par la symétrie orthogonale.

La procédure 2 est la procédure attendue par l'enseignant et s'inscrit dans le nouveau paradigme géométrique : une affirmation y est vraie si elle est justifiable par un raisonnement déductif fondé sur les propriétés de la figure et des théorèmes. La procédure 1 s'inscrit dans le premier paradigme géométrique : une affirmation y est vraie si elle est justifiable par une mesure ou par la perception.

La procédure attendue fait intervenir les connaissances suivantes : ce qu'est un segment (connaissance ancienne), le fait que le symétrique d'un segment est le segment joignant les symétriques de ses extrémités, le fait que le symétrique d'un point est lui-même, la propriété de conservation des longueurs par la symétrie orthogonale.

Ces procédures nécessitent des adaptations des connaissances :

- Le segment dont il faut identifier la longueur n'est pas tracé.
- Pour la procédure 2, il est nécessaire d'utiliser la question précédente (le fait que E est le symétrique du point B).

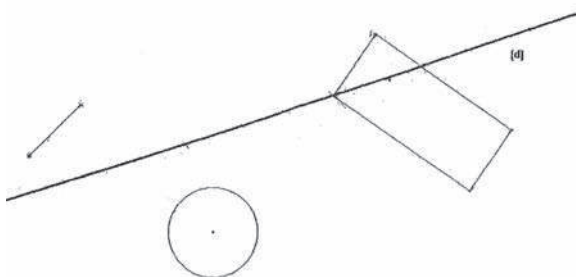
Les moyens de contrôle sont perceptifs ou instrumentés dans le cas de la procédure 2 (par la mesure, l'utilisation du compas ou du calque), et déductifs dans le cas de la procédure 1.

## ANNEXE II

### ÉNONCÉ DES TÂCHES DE CONSTRUCTION : COMPARAISON ENTRE DENIS ET MARTINE

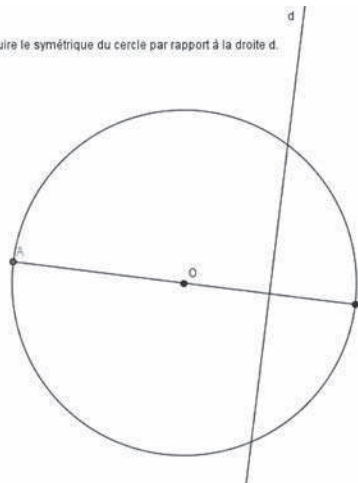
#### Exercice 1

Construire les symétriques des figures ci-dessous par rapport à la droite (d).  
Laisser apparents les traits de construction.



Exercice de Denis.

Construire le symétrique du cercle par rapport à la droite d.



Exercice de Martine.